

تشخيص نماذج خطأ المخرجات الحركية ونماذج دالة التحويل-دراسة مقارنة-

د. هيام عبدالمجيد حياوي **

heyamhayawi@gmail.com

سارة موفق عبد القادر *

المخلص

في هذا البحث تم تشخيص نماذج دالة التحويل بالاعتماد على بيانات موسمية تمثلت بالسطوع الشمسي كمدخلات ودرجات الحرارة كمخرجات حيث تم الحصول على نموذج موسمي مضاعف استخدم في تشخيص نماذج دالة التحويل فضلا عن تشخيص نماذج خطأ المخرجات المتمثلة بنموذج (OE) ونموذج (BJ) ومقارنة النتائج وتم التوصل الى ان النظم الديناميكية تعطي تشخيص افضل من نماذج دالة التحويل وذلك بالاعتماد على بعض المعايير الاحصائية.

الكلمات المفتاحية: سلاسل زمنية، دالة التحويل ، النظم الديناميكية.

This is an open access article under the CC BY 4.0 license
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Output Error Dynamic Models Identification and Transfer Function - A comparative study –

Abstract

In this research, the transfer function models were diagnosed based on seasonal data represented by solar brightness as inputs and temperatures as outputs, where a double seasonal model was obtained which was used in diagnosing the transfer function models as well as diagnosing the output error models represented by the (OE) model and the (BJ) model and compared the results. Finding that the dynamic systems give a better diagnosis than the transfer function models, depending on some statistical criteria .

* طالبة ماجستير / كلية علوم الحاسوب والرياضيات / قسم الإحصاء والمعلوماتية.

** استاذ مساعد / كلية علوم الحاسوب والرياضيات / قسم الإحصاء والمعلوماتية.

تاريخ النشر: 2021/6/1

تاريخ القبول: 2020 /11/11

تاريخ استلام البحث: 2020/10/13

1. المقدمة : Introduction

يعتبر موضوع تحليل السلاسل الزمنية Time Series Analysis من المواضيع الإحصائية المهمة والأساسية لكونها تستحوذ على اهتمام الكثير من متخذي القرارات في مختلف الاختصاصات.

ان نموذج السلسلة الزمنية يعتمد بالدرجة الأولى على عنصر الزمن كعامل مستقل لتحديد وتفسير الظاهرة المدروسة واستعمال قيم المتغير التابع لفترات سابقة أي سلوك هذا المتغير في الماضي، وان نموذج السلسلة الزمنية الذي يحوي على متغير واحد يدعى بنموذج سلسلة زمنية ذي متغير واحد، تستخدم فيه البيانات الحالية والسابقة عن متغير واحد فقط، أما نموذج السلسلة الزمنية الذي يستخدم متغيرات اخرى لوصف سلوك السلسلة الزمنية فيدعى بنموذج السلسلة الزمنية المتعدد المتغيرات [11].

2. هدف البحث: Objective Research

يهدف البحث الى تشخيص نموذج دالة التحويل لعناصر المناخ من خلال ادخال منفرد واخراج منفرد. وتشخيص نماذج النظم الديناميكية بمعلمات مختلفة لنماذج خطأ المخرجات والمتمثلة بنموذج (OE) ونموذج (BJ) ومن ثم مقارنة النتائج من خلال بعض المعايير الإحصائية.

3. دالة التحويل: Transfer Function

ان تطوير النماذج الرياضية يعتبر أول خطوة في التصميم وبعد الخطوة الحاسمة لتصميم اي نظام لتطوير نموذج رياضي للنظام المراد السيطرة عليه، اذ ان الاهتمام بالجانب الإحصائي يهتم بالدرجة الاساسية على نماذج دالة التحويل التي تتضمن مدخلا واحدا ومخرجا واحدا عندئذ تسمى بنماذج دالة التحويل أحادية المتغير (univariate) وقد تتضمن نماذج دالة التحويل مخرجا واحدا وعددا من المدخلات وايضا قد تتكون نماذج دالة التحويل من عدد من المخرجات وعدد من المدخلات عندئذ تسمى بنماذج دالة التحويل متعددة المتغيرات [5]، يمكن كتابة صيغة دالة التحويل كالآتي [9]:

$$\left. \begin{aligned} Y_t &= C + v_0 X_t + v_1 X_{t-1} + v_2 X_{t-2} + \dots + v_k X_{t-k} + N_t \\ Y_t &= C + (v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots + v_k B^k) X_t + N_t \\ Y_t &= C + v(B) X_t + N_t \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

إذ ان:

C : تمثل الحد الثابت. X_f : تمثل سلسلة المدخلات، Y_f : تمثل سلسلة المخرجات، N_f : تمثل حد الازعاج.

اذ ان $V(B)$ تشير الى دالة التحويل الخاصة بنماذج بوكس-جنكنز اي ان v_0, v_1, v_2, \dots تمثل أوزان الاستجابة النبضية.

4. دالة الاستجابة النبضية Impulse Response Function

تعتبر دالة الاستجابة النبضية مؤشر للعلاقة بين المدخلات والمخرجات، وان اوزان نبضات الاستجابة ($v_0, v_1, v_2, v_3, \dots$) تمثل الأثر الذي يحدث في سلسلة المخرجات نتيجة لتغير سلسلة المدخلات بوحدة واحدة، إذ يمكن كتابة دالة الاستجابة النبضية لتوزيع الإزاحات الخطية في شكل عامل الإزاحة الخلفي من خلال تعريف $v(B)$ فأن:

$$v(B) = v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} v_k B^k \quad \dots (2)$$

ويطلق على مجموع أوزان الاستجابة النبضية أسم عائد حالة الاستقرار (Steady State Gain)، إذا تحقق الشرط الآتي:

$$\sum_{k=0}^{\infty} v_k = g \quad \dots (3)$$

إذ أن:

g : تمثل التغير الكلي (التغير المتراكم على مر الزمن) في سلسلة المخرجات الناتج من تغير سلسلة المدخلات بوحدة واحد [4] [12].

5. زمن التأخير Delay Tim

يمثل التخلف الزمني العادي الذي يحدث في المخرجات Y_t نتيجة للتغير الذي حدث في المدخلات X_t ، عادة يشار الى زمن التأخير بالرمز b ، إذ إن b عدد صحيح موجب وفي بعض الأحيان يسمى بالزمن الميت (Dead Time) وبإمكاننا إيجاد قيمة b عند رسم الارتباط المتقاطع بين سلسلة المدخلات X_t وسلسلة المخرجات Y_t حيث ان اول قيمة معنوية تقع خارج فترة الثقة تمثل زمن التأخير b ، وبعد

تقدير زمن التأخير متطلباً أساسياً يجب تقديره قبل البدء بتحديد النموذج المناسب الذي يمثل النظام أو العملية، حيث يكون زمن التأخير ذا تأثير مباشر في عملية تحديد النموذج الذي يصف النظام بصورة دقيقة ويوضح آلية عمل النظام [3] [12].

6. أسلوب بوكس_ جنكنز في تحليل نماذج دالة التحويل

Box-Jenkins Methodology in Transfer Models Analysis

هناك ثلاث مراحل لبناء نموذج دالة التحويل، من خلال الخوارزمية التي وضعها Box-Jenkins في بناء السلسلة الزمنية، وبالاعتماد على معلومات سلسلة المدخلات والمخرجات X_f, Y_f على التوالي، إذ يمكن تلخيص هذه المراحل بما يأتي:

1. تشخيص نموذج دالة التحويل Identification of Transfer Function Model

الخطوة الأولى في بناء نموذج Box Jenkins هي فحص سلسلة المدخلات والمخرجات من حيث استقرارية السلسلة في الوسط والتباين، بعد التأكد من استقرارية السلسلة تبدأ مرحلة تشخيص النموذج والمتمثلة بالخطوات الأتية [9]:

1. تقدير أوزان دالة التحويل Estimation of Transfer Function Weights

يتم تقدير أوزان دالة التحويل عن طريق :

أ. دالة الارتباط المتقاطع Cross Correlation Function

ب. دالة التحويل الخطية Linear Transfer Function Method(LIF)

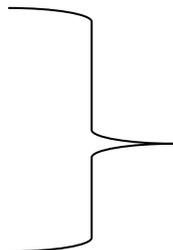
2. تحديد رتب نموذج دالة التحويل Specifying Order for Transfer Function

Mode

بعد تقدير أوزان دالة التحويل يتم حساب رتب (r,s,b) لنموذج دالة التحويل أي حساب النسبة

$$\frac{w(B)}{\delta(B)} \text{ كما يلي:}$$

$$v(B) = \frac{w(B)}{\delta(B)}$$



... (4)

$$= \frac{(w_0 + w_1 + \dots + w_{s-1} B^{s-1})}{1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r}$$

حيث (b) تمثل زمن التأخير في الاتجاه الموجب لدالة الارتباط الذاتي وهو الزمن الذي تتعدم عنده معنوية الارتباطات بدالة الارتباط التقاطعية، (s) تمثل رتبة بسط دالة التحويل، (r) تمثل رتبة مقام دالة التحويل ويتم تحديدهما من خلال الارتباطات التقاطعية المعنوية بدالة الارتباط التقاطعية (Cross Correlation Function) للسلاسل المفترزة.

3. تحديد نموذج ARMA لحد الازعاج N_t

:Determination of the ARMA Model for the Disturbance Term.

بعد تقدير أوزان دالة التحويل الخطوة التالية هي تحديد نموذج ARMA المناسب لحد الازعاج N_t ،

ويجب حساب القيم التقديرية لسلسلة الإزعاج N_t ، من خلال النموذج الآتي [6] [12]:

$$\left. \begin{aligned} Y_t &= v(B)X_t + N_t \\ N_t &= Y_t - v(B)X_t \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

وان النموذج الملائم يمكن تحديده من خلال فحص دالة الارتباط الذاتي ACF ودالة الارتباط الذاتي

الجزئي PACF لسلسلة الإزعاج N_t للحصول على:

$$\phi(B)N_t = \theta(B)a_t \dots (6)$$

وفي حالة اذا كانت سلسلة الازعاج تتبع نموذج SARMA الموسمي المضاعف، يمكن الحصول على سلسلة البواقي a_t التي تمثل حد الازعاج ويعبر عنها كالاتي:

$$\phi(B)\Phi(B)N_t = \theta(B)\Theta(B)a_t \dots (7)$$

2. تقدير معاملات نموذج دالة التحويل

Parameters Estimation of Transfer Function Model

بعد ان تم التعرف على شكل نموذج دالة التحويل وتحديد نموذج الازعاج، يتم في هذه الخطوة تقدير جميع المعلمات الموجودة في النموذج الاتي [1] [2]:

$$Y_t = \frac{w(B)}{\delta(B)} X_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad \dots (8)$$

3. التحقق من دقة تشخيص النموذج Diagnostic Checking of the Model

بعد أن تم تحديد شكل نموذج دالة التحويل وتقدير جميع معلماته، لابد من اختبار النموذج ويتم عن طريق، اختبار دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي لسلسلة البواقي a_t يجب أن تكون عملية حد الازعاج، فأن جميع الارتباطات الذاتية لها يجب أن تكون غير معنوية، بمعنى ان جميع الارتباطات الذاتية والذاتية الجزئية تقع داخل حدود الثقة، كذلك يجب اختبار دالة الارتباط المتقاطع بين سلسلة البواقي وسلسلة المدخلات التي اجري لها إعادة التبييض α_t ، فالتحقق شرط استقلالية السلسلتين يكون من خلال عدم معنوية الارتباطات المتقاطعة بين السلسلتين كافة، واذا لم يتحقق ذلك فيجب اعادة صياغة النموذج وذلك بتشخيص نموذج اخر [4] [9].

7. النظم الديناميكية Dynamic Systems

يعرف النظام بأنه تفاعل مجموعة من المتغيرات المختلفة التي تنتج اشارات واضحة وهذه الاشارات قد تكون ذات فائدة وتوصف بالمرجات (output). فضلا عن ذلك يتأثر النظام بمؤثرات خارجية تعالج من قبل المستخدم وتوصف بالمدخلات (input). ومنها اشارات خارجية غير مسيطر عليها وتوصف بالاضطرابات او الازعاجات (disturbance). ويتم تصنيف الاضطرابات الى صنفين حيث بعضها يقاس بصورة مباشرة وبعضها الاخر يلاحظ فقط من خلال تأثيرها على المخرجات [8].

8. طرق تقدير زمن التأخير في النظم الديناميكية

يوجد عدد من الطرق لتقدير زمن التأخير في النظم الديناميكية منها:

1. دالة الارتباط المضاعف (الارتباط المستعرض) Cross Correlation Function

2. دالة الاستجابة النبضية Impulse Response Function

3. استخدام نماذج الانحدار الذاتي بمدخلات اضافية

Autoregressive with Exogenous inputs Models (ARX)

9. نماذج النظم الديناميكية Dynamic System Models

يتركب النموذج الديناميكي العام General Dynamic Model الذي تشتق منه كل النماذج الديناميكية Dynamic Model والذي غالبا لا يطبق عمليا لأنه يمثل الهيكلية الموحدة للأنظمة الديناميكية حيث يتم حساب المخرجات y_t للنظام الديناميكي عند الزمن t من خلال ترشيح المدخلات x_t بمرشح خطي يرمز له $G(B)$ والذي يسمى بالجزء المحدد ويسمى أيضا بدالة تحويل المدخلات Input Transfer Function، فضلا عن ترشيح حد الازعاج الذي يرمز له N_t بمرشح خطي آخر يرمز له بـ $H(B)$ ويسمى بدالة تحويل الازعاج Noise Transfer Function ويسمى بالجزء الديناميكي، عليه يمكن تمثيل النموذج الخطي العام بالجزئين المحدد والديناميكي بالشكل الاتي:

$$Y_t = G(B)X_t + H(B)N_t \quad \dots (9)$$

ويمكن تمثيل هذا النموذج من خلال متعددات الحدود وهي تراكيب ديناميكية Dynamic

Combination كالآتي:

$$Y_t = \frac{B(B)}{F(B)A(B)} X_t + \frac{C(B)}{D(B)A(B)} N_t \quad \dots (10)$$

إذ ان:

$$\left. \begin{aligned} A(B) &= 1 + a_1 B^{-1} + a_2 B^{-2} + \dots + a_{na} B^{-na} \\ B(B) &= b_1 B^{-1} + b_2 B^{-2} + \dots + b_{nb} B^{-nb} \\ C(B) &= 1 + c_1 B^{-1} + c_2 B^{-2} + \dots + c_{nc} B^{-nc} \\ F(B) &= 1 + f_1 B^{-1} + f_2 B^{-2} + \dots + f_{nf} B^{-nf} \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

$$D(B) = 1 + d_1 B^{-1} + d_2 B^{-2} + \dots + d_{nd} B^{-nd}$$

وأن (nf, nd, nc, nb, na) عدد معلمات متعددة الحدود (A(B), B(B), C(B), D(B), F(B)) على

التوالي، وان B^{-1} يمثل عامل الازاحة الخلفي Backword shift بمعنى $B^{-1}X_t = X_{t-1}$

وتقسم نماذج النظم الديناميكية الى قسمين:

1. نماذج خطأ المعادلة Equation Error Models

تضم نموذج الانحدار الذاتي مع مدخلات اضافية ARX ونموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة مع مدخلات اضافية ARMAX، ويمكن تمثيل نموذج ARX بالشكل الاتي:

$$Y_t = \frac{B(B)}{A(B)} X_t + \frac{1}{A(B)} N_t \quad \dots (12)$$

أما نموذج ARMAX فيمكن تمثيله بالشكل الاتي:

$$Y_t = \frac{B(B)}{A(B)} X_t + \frac{C(B)}{A(B)} N_t \quad \dots (13)$$

2. نماذج خطأ المخرجات Output Error Models

تشمل كل من نموذج خطأ المخرجات output error ويرمز له بالرمز OE ونموذج بوكس-جنكنز Box Jenkins ويرمز له بالرمز BJ، وتتميز هذه النماذج بوجود نموذج الازعاج الذي لا يحوي على عملية ديناميكية وبذلك فأن من المفترض أن يؤثر حد الازعاج على مخرجات العملية مباشرة، بمعنى آخر ان نماذج خطأ المخرجات تتميز بأن نموذج حد الازعاج فيها مستقل عن نموذج العملية المحددة ويمكن تمثيل نموذج خطأ المخرجات OE بالصيغة الاتية [10]:

$$Y_t = \frac{B(B)}{F(B)} X_t + N_t \quad \dots (14)$$

أما نموذج بوكس-جنكنز فيمكن تمثيله بالصيغة الأتية:

$$Y_t = \frac{B(B)}{F(B)} X_t + \frac{C(B)}{D(B)} N_t \quad \dots (15)$$

10. المعايير الإحصائية لاختيار أفضل نموذج

في تحليل السلسلة الزمنية قد تكون هناك نماذج عديدة يمكن ان تستخدم في تمثيل مجموعة من البيانات وان اختيار أفضل نموذج يمثل البيانات يعتمد على خبرة الباحث ويمكن اعتبار المعايير الإحصائية لاختيار أفضل نموذج أداة مفيدة جدا في هذا الاختيار ومن هذه المعايير:

1. معيار معلومات أكاي: Akaike's Information Criteria(AIC)

يستخدم هذا المعيار للمفاضلة بين النماذج واختيار أحدها لتمثيل حد الإزعاج حيث يتم حساب قيمة AIC للنماذج التي اجتازت الفحوص التشخيصية ومن ثم اختيار النموذج ذو أقل قيمة AIC ليكون النموذج الأفضل، الصيغة العامة لهذا المعيار كالاتي [9] [10]:

$$AIC(m) = n \ln \sigma_a^2 + 2m \quad \dots (16)$$

إذ ان: m : عدد المعلمات المقدرة في النموذج، σ_a^2 : تباين الخطأ.

2. معيار خطأ التنبؤ النهائي لاكاي (FPE) Akaike's Final Prediction Error (FPE) Criteria

يعد من المعايير المهمة في تحديد الرتبة المناسبة للنموذج، ويحسب بالصيغة الاتية [7]:

$$FPE = \hat{\sigma}^2 \frac{n+m}{n-m} \quad \dots (17)$$

إذ ان: $\hat{\sigma}^2$: تباين الخطأ، n : عدد المشاهدات، m : عدد المعلمات المقدرة في النموذج.

3. دالة الخسارة: Loss Function

تعرف في بعض الأحيان بدالة الكلفة cost Function حيث تعد المتطلب الأساس الأفضل في اختيار رتبة النموذج من خلال ملاحظة سلوك هذه الدالة مع زيادة رتبة النموذج وتحسب بالصيغة الاتية:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n e_t^2 \quad \dots (18)$$

إذ ان: V : دالة الكلفة، n : عدد المشاهدات.

3. معيار المطابقة **Fitting criteria**:

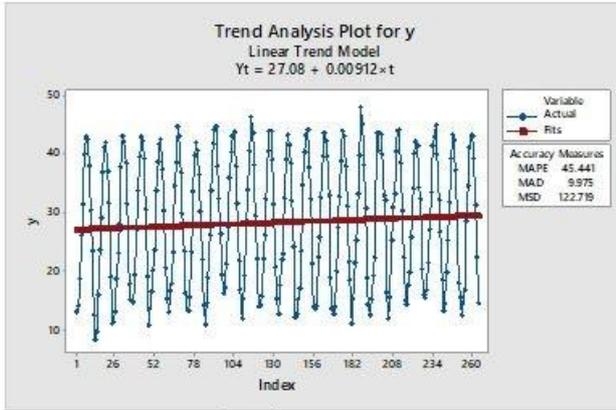
وهو مقياس لمعرفة دقة النموذج كنسبة مئوية وتحسب هذه النسبة بالصيغة الآتية [8]:

$$Fit = 100 * \left[1 - \frac{\sqrt{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y})^2}}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}} \right] \dots (19)$$

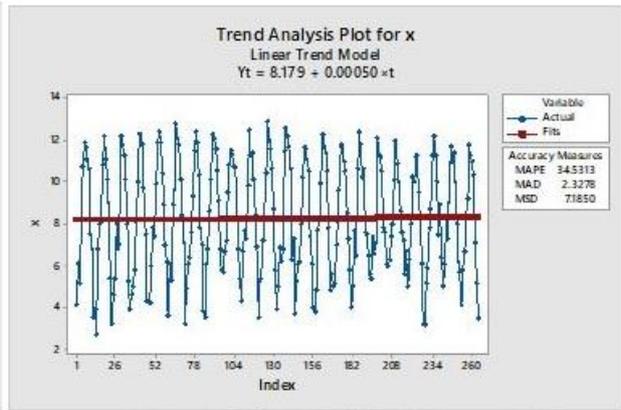
إذ إن: y_t : قيم المخرجات الحقيقية، \hat{y} : القيم التقديرية المكونة من النموذج
 \bar{y} : الوسط الحسابي لمشاهدات سلسلة المخرجات المستخدمة في تكوين النموذج.

1.1 الجانب التطبيقي

في هذا البحث تم استخدام بيانات مناخية والتي يتم تهيئتها وهي X_t التي تمثل المدخلات (السطوع الشمسي) والمخرجات Y_t (درجة الحرارة العظمى) وتتضمن 264 مشاهدة من المدخلات والمخرجات ويمكن تمثيل سلسلة بيانات المدخلات والمخرجات بالشكلين (1) و(2)



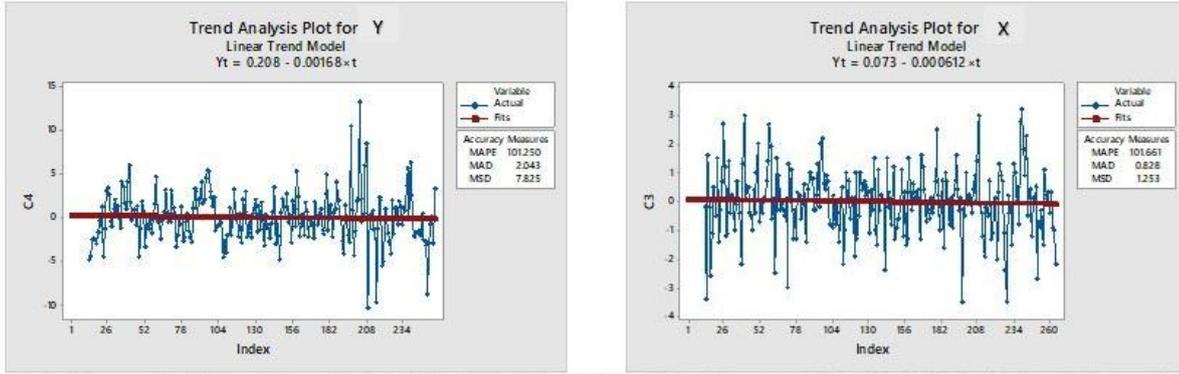
الشكل (2): الاتجاه العام لسلسلة درجة الحرارة العظمى



الشكل (1): الاتجاه العام لسلسلة السطوع الشمسي

الآتين:

نلاحظ من الشكلين (1) و(2) عدم استقرار السلسلتين إذا تم أخذ الفرق الموسمي للسلسلتين لجعلها مستقرة موسمياً وكما موضح بالشكلين (3) و(4) الآتين:



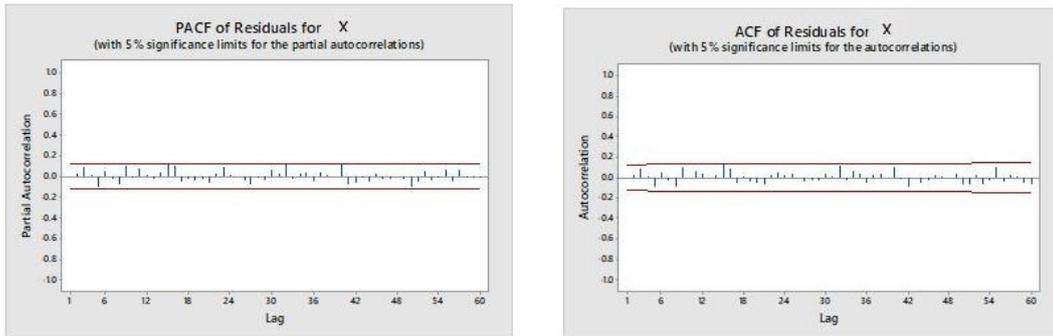
الشكل (3): الاتجاه العام لسلسلة السطوع الشمسي بعد تثبيت الوسط الشكل (4): الاتجاه العام لسلسلة درجة الحرارة العظمى بعد تثبيت الوسط

بعد تهيئة سلسلتي المدخلات X_t والمخرجات Y_t يتم تنقيتهما، إذ يتم تنقية سلسلة المدخلات من خلال تحديد النموذج الملائم لها للحصول على سلسلة البواقي، وذلك بملاحظة سلوك دالتي الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي، وبعد استقرارية السلسلة إذ تبين ان السلسلة المستقرة تتبع نموذج

$SARIMA(1,0,0)(0,0,1)_{12}$ الذي يمتلك اقل MSE وتساوي (0.699) وان القيمة التقديرية

$$\phi = 0.1462, \theta = 0.9082$$

ولغرض فحص مدى ملائمة النموذج فقد تم فحص البواقي (Residuals) من خلال رسم دالة الارتباط الذاتي لبواقي المدخلات ودالة الارتباط الذاتي الجزئي لبواقي المدخلات الموضحة في الشكلين (5) و(6) الاتيين:



الشكل (5): دالة الارتباط الذاتي ACF لبواقي سلسلة المدخلات الشكل (6): دالة الارتباط الذاتي الجزئي PACF لبواقي سلسلة المدخلات

وبتطبيق النماذج الديناميكية نماذج خطأ المخرجات BJ,OE تم توفيق العديد من النماذج بمعلمات متعددة ومختلفة لكل نموذج من النماذج الديناميكية واختيار افضل نموذج حسب المعايير الإحصائية AIC,FPE,LOSS Function لنماذج خطأ المخرجات المتمثلة بنموذج BJ ونماذج دالة التحويل إذ نلاحظ من الجدول (1) إن التشخيص باستخدام نموذج BJ يعطي نتائج افضل من التشخيص باستخدام

نموذج دالة التحويل، إذ ان قيمة (AIC) لنموذج BJ اقل من قيمتها في نموذج دالة التحويل، كذلك فإن قيمة خطأ التنبؤ النهائي لاكافي (FPE) في نموذج BJ اقل من قيمتها في نموذج دالة التحويل، كذلك فإن قيمة متوسط مربعات الخطأ (MSE) لنموذج BJ اقل من قيمتها في نموذج دالة التحويل.

جدول (1): قيم المعايير الإحصائية لنموذج BJ ونموذج دالة التحويل

النموذج	التشخيص باستخدام نموذج دالة التحويل			التشخيص باستخدام نموذج BJ		
	AIC	FPE	MSE	AIC	FPE	MSE
X	2.5664	6.719	4.513	1.570	4.812	4.14

12. الاستنتاجات

1. السلاسل الزمنية لبيانات المدخلات والمخرجات كانت سلسلة موسمية ومستقرة بالتباين لعدم وجود

اي تذبذبات فيها وكذلك تبين من خلال دالتي الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي انها غير مستقرة

موسميا وتم علاج ذلك بأخذ الفرق الموسمي لسلسلتي المدخلات والمخرجات.

2. عند بناء نموذج دالة التحويل تبين ان النموذج الملائم بعد توفيق عدة نماذج لسلسلتي المدخلات

والمخرجات عبارة عن نموذج موسمي مضاعف SARIMA (p,d,q)(P,D,Q)₁₂ وتم تشخيص

افضل نموذج بالاعتماد على قيمة MSE وفحص البواقي.

3. من ملاحظة النتائج في الجدول (1) تبين ان نموذج (BJ) الذي يصف العلاقة بين متغير

الأخراج (y) الذي يمثل درجة الحرارة العظمى ومتغير الأمدخال (x) الذي يمثل السطوع الشمسي

أعطى قيما للمعايير الإحصائية اقل مما هي عليه في نموذج دالة التحويل.

المصادر

1. البدراني، ظافر رمضان مطر والحيالي، عمر سالم ابراهيم، (2013): "توفيق نموذج ديناميكي لعملية تصفية المياه في مدينة الموصل"، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية، المجلد(23).
2. حياوي، هيام عبدالمجيد وآل طوي، أحمد سالم اسماعيل، (2012): "توظيف نهج التحليل العاملي للتنبؤ بنماذج دالة التحويل"، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية، مجلد(21).
3. حياوي، هيام عبدالمجيد، (2006): "تشخيص النظم الحركية الخطية التصادفية من خلال علاقتها مع الزمن"، اطروحة دكتوراه (غير منشورة)، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل، العراق.
4. فاندل، والتر، (1983): "السلاسل الزمنية من الوجة التطبيقية ونماذج بوكس_جنكز"، تعريب عبدالمرضي عزام (1992)، دار المريخ للنشر، الرياض، المملكة العربية السعودية.
5. Jenkins, G.M., (1979), "**Practical Experiences with Modelling Forecasting Time Series**", Gwilym Jenkins & Partners.
6. Liu, L.M., (2006): "**Time Series Analysis and Forecasting**", 2nd ed., Scientific Computing Associates Crop., Illinois, USA.
7. Ljung, L., (1999): "**System Identification Theory for The User**", 2nd ed. Prentice Hall Upper Saddle River N.J. London U.K.
8. Ljung, L., (2004): "**System Identification Toolbox for use with MATLAB**", 6.0 MathWorks Inc.
9. Makridaskis, S. Wheelwright, S. and Hyndman, R. (1998): "**Forecasting: Methods and Application**", 3rd ed., John Wiley and Sons, New York, USA.
10. Nelles, O., (2001): "**Nonlinear System Identification from Classical Approach to Neural Network and Fuzzy Model**", springer Verlag Belin Heidelberg Germany.
11. Wei, W.W.S. (1990), "**Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods**", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., The Advanced Book Program, California, USA.
12. Yaffee, R.A. and McGee, M., (1999): "**Introduction to Time Series Analysis and Forecasting with Applications of SAS and SPSS**", Academic Press, INC.