المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (18) 2010
ص ص [69 – 90]

استخدام نظرية المخططات في حل مشكلة الجداول الزمنية وتطبيقها في تنظيم جدول المحاضرات

إبراهيم نائب*   محمد قاسم يحيى الأوجار**

الملخص

في هذا البحث يتم تناول نظرية المخططات والتي تعتبر واحدة من نظريات علم بحوث العمليات اذ تم سرد نبذة مختصرة عن ماهية هذه النظرية وفروعها وأهميتها واستخداماتها وتناول البحث إحدى استخدامات هذه النظرية في مجال الإدارة وهي إيجاد حل لمسألة الجداول الزمنية علماً أن الجداول الزمنية لا تقتصر على الجانب الإداري فقط بل تدخل في مجالات عديدة أيضا .

وقد تم اختيار مسألة جداول المحاضرات الدراسية لأنها الأقرب للتصور في الدراسة الجامعية اذ يتم توزيع عدد من التدريسيين على عدد من الصفوف لإعطاء المحاضرات إلى هذه الصفوف بما يحقق شرط التدريس في إعطاء المنهج بشكل كامل وخلال فترة زمنية محددة بشرط التحقق من أن لا يكون هناك أكثر من تدريسي لنفس الصف وفي نفس الوقت وكذلك لا يكون هناك أكثر من محاضرة لنفس التدريسي وفي نفس الوقت.

وبعد تطبيق أسلوب نظرية المخططات وباستخدام طريقتين منها وهما طريقة التلوين وطريقة أقل شجرة مولدة يمكن الحصول على جدول زمني يحقق الشروط

* أستاذ مساعد/قسم الإحصاء ونظم المعلومات/ كلية الاقتصاد/جامعة حلب
ibrahim_nayeb@hotmail.com

** إحصائي/ كلية الحقوق – جامعة الموصل alawjar@yahoo.com

تاريخ التسلم: 2010/1/19 ـــــــــــــــــــــــــــ تاريخ القبول : 5/13/2010

المطلوبة . ولقد تم إيضاح هاتين الطريقتين بإعطاء مثال مبسط وتم الحصول على جدولين زمنيين للمواعيد وإن الفرق في نتائج الطريقتين كان بـسيطا جـداً وكـلا الحلّين كانا يحققان شروط المسألة .

USING THE GRAPH THEORY TO SOLVE TIMETABLING PROBLEM & APPLICATION FOR REGULATING LECTURES TABLE

Abstract

In this brief research we use graph theory, which is considered as one of the theories of Operations Research, we give a brief account of what this theory and its subsidiaries and their importance, their uses and one of the discussions dealt with the use of such theory in the field of management is to find a solution to the issue of timetables note that the timelines are not limited to the administrative side, but also intervention in many areas as well .

The issue of tables of academic lectures has been chosen because it is the closest to the perception in the university where a number of faculty members are distributed to number of rows to give lectures to these rows in order to achieve the requirement of teaching in the curriculum and during the specified period of time to achieve the condition that there is no more than one teacher to the same row at the same time and also there should be no more than a lecture to the same teacher at the same time.

After the application of graph theory and using two methods, including two color method and less tree generator method we can obtain a timetable to achieve the required conditions. These two methods are clarified by giveing a simple example was obtained timetables for appointments, although the difference in the results of both methods was very simple and both solutions were investigating conditions of the issue.

المقدمة :

تعد نظرية المخططات (Graph Theory) من أساليب بحوث العمليات التـي تسعى إلى إيجاد الحلول للمسائل المعقدة . ولعل مسألة الجداول الزمنية واحدة من تلك المسائل المعقدة التي ساهمت نظرية المخططات في إيجاد حلول لها عن طريق نظرية التلوين (Coloring Theory) التي تعد جزءاً من نظرية المخطط ـات ، وقد تمكن علم بحوث العمليات من إيجاد حلول لمسألة الجداول الزمنيـة بطرائـق أخرى مثل طريقة المحاكاة وطريقة البحـث المحـرم (tabu search) وطريقـة التحديد والقطع وطريقة مستعمرة النملة وهناك طرائق أخرى تـستند إلـى إيجـاد خوارزميات هجينة من الطرائق السابقة إلاّ أن الحل بطريقة نظريـة المخطط ـات يبقى أكثر سلاسة وأكثر فهماً للباحثين وخصوصا غير المتخصصين فـي بحـوث العمليات وبالذات العاملين في مجال الإدارة الذين تهمهم جداً مسألة الجداول الزمنية اذ إن هذه الطريقة تتسم بوجود وسائل الإيضاح لمكونات المسألة وهي المخططات التي تجعل الباحث يشعر بأنه قادر على التحكم بمكونات المسألة أكثـر مـن أيـة طريقة أخرى .

وقد تم اختيار مسألة تنظيم جدول المحاضرات لأسـاتذة الجامعـة اذ أن الجـداول الزمنية كثيرة جدا وفي جميع مجالات الإدارة فهنـاك جـداول زمنيـة للمـصانع وللمؤسسات الخدمية بشكل عام وكذلك في المؤسسات التعليمية وغيرهـا . ومـن ضمن المؤسسات التعليمية هي الجامعة وفيها العديد من الجداول الزمنيـة فهنـاك جداول تنظيم الامتحانات وجداول تنظيم الصفوف والقاعات مع الطـلاب وكـذلك جداول تنظيم محاضرات التدريسيين مع الصفوف وغيرها ولقـد اختيـر الجـدول الأخير نموذجا لمسألة تنظيم الجداول الزمنية .

أهمية البحث :

تأتي أهمية البحث في إلقاء الضوء على نظرية المخططات وأهميتها في حل الكثير من المشاكل فضلا عن طريقة التلوين وطريقة الشجرة المولدة وكيفية معالجتهـا لمسألة الجداول الزمنية في إطار نظرية المخططات .

مشكلة البحث :

إن مشكلة البحث هي إيجاد جدول زمني باستخدام نظرية المخططات لمسألة توزيع المحاضرات في الجامعة على التدريسيين بحيث يتم الحصول على أقل عـدد مـن الفترات الزمنية التي يتطلبها المنهج الدراسي موزعة على أيام الأسبوع وعلـى أن تتحقق الشروط الاتية:

1- أن كل صف (شعبة من الطلاب لمرحلة معينة) يحاضر فيه كل تدريسي مرة واحدة في اليوم .
2- أن كل تدريسي لا يحاضر في نفس الصف سوى مرة واحدة في اليوم .
3- أن لا يحدث تقاطع بين التدريسيين في مواعيد محاضراتهم لنفس الصف.

وكذلك إيجاد عدد القاعات اللازمة لكي يتم تطبيق هذا الجـدول خـصوصاً إذا كانت القاعات المتوفرة في الكلية محدودة وقد لا تكفي لإعطاء جميع الصفوف محاضرات في نفس الوقت .

هدف البحث :

إن هدف البحث هو إيجاد حل لمسألة الجـداول الزمنيـة عـن طريـق اسـتخدام خوارزميات نظرية المخططات وقد تم اختيار جدول المحاضرات نموذجا للجداول الزمنية .

منهجية البحث :

ينتهج هذا البحث

1- **الدراسة النظرية :** (تعريف نظرية المخططات وطريقة التلوين وطريقـة الشجرة المولدة): ويحتوي على إيجـاز تعريفـي بـسيط عـن نظريـة

المخططات وطريقتي التلوين والشجرة المولدة التابعتين لها واستخداماتهما .

2- الدراسة التطبيقية : (أسلوب نظرية المخططات في تنظيم الجداول الزمنية): ويحتوي على أسلوب إيجاد حل للجداول الزمنية وفق نظرية المخططات .

الدراسة النظرية (تعريف نظرية المخططات ونظرية التلوين):

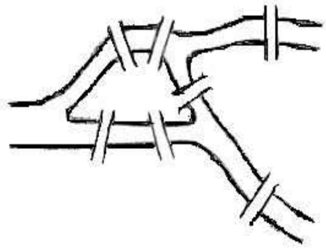
1 - نظرية المخططات (Graph Theory) :

تعد نظرية المخططات إحدى أساليب علم بحوث العمليات في إيجاد الحلول للمسائل المعقدة كما ولهذه النظرية ارتباط وثيق بعلم الرياضيات والهندسة وكذلك مجموعة أخرى من العلوم ولكن بدرجات متفاوتة . والمخططات تتكون من مجموعة من العقد ومجموعة من الأقواس تصل بين هذه العقد .

وقد اكتشف العالم السويسري الشهير ليونارد اويلر (Leonhard Eular) أولى الخطوات لهذه النظرية وذلك عندما أراد إيجاد حل لمسألة جسور كونيكسبرك عام 1736 وملخص هذه المسألة (أن هناك جزيرتين في وسط النهر الذي يتوسط مدينة كونيكسبرك الألمانية ويصل بين الضفتين وهاتين الجزيرتين سبعة جسور والمشكلة هي هل يمكن التنقل بين ضفتي النهر والجزيرتين عن طريق العبور من جميع هذه الجسور السبعة بشرط أن يكون العبور لمرة واحدة فقط لكل جسر ثم العودة إلى نقطة الانطلاق (Diestel , Reinhard ,2005 ,p22).

The bridges Königsberg 1736

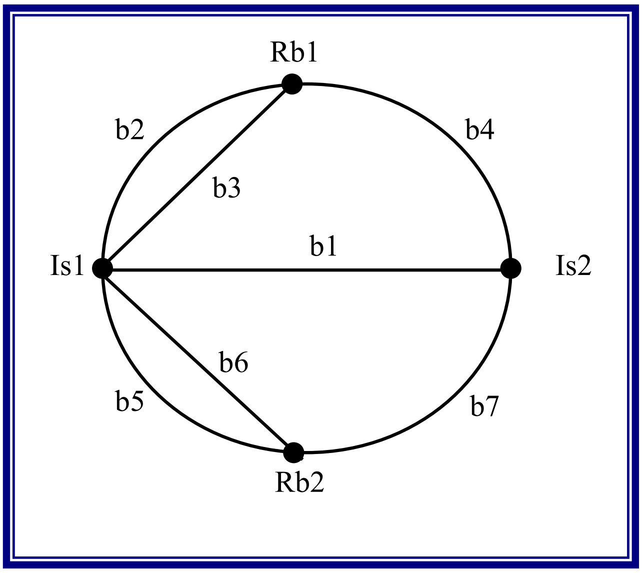
الشكل (1)



وقد وجد اويلر أن هذه المسألة من المسائل التي لا يمكن حلها وقد اعتمد في الوصول إلى هذه النتيجة أسلوب المخططات اذ افترض أن كلا من ضفتي النهر والجزيرتين هما نقاط تمثل العقد **nodes** أو تسمى الرؤوس **vertexes** وأعتبر الجسور هي الخطوط التي تربط بين العقد وتمثل الأقواس **arcs** أو تسمى الحافات **edges** .

وقد أوجد مفهوما جديدا يسمى Node of Graph ***Degree*** أو درجة العقدة في المخطط ، اذ أن لكل عقدة درجة هذه الدرجة هي عدد الأقواس التي تربط هذه العقدة مع العقد الأخرى المجاورة لها، أي عدد الخطوط links الداخلة أو الخارجة من هذه العقدة ، ومن الممكن أن يكون هذا العدد فرديا أو زوجيا بطبيعة الحال.

ولغرض تحليل مسألة جسور كونيكسبرك يتم وضع مخطط مبسط لهذه المشكلة توضح فيه مكونات هذه المسألة وكيفية تحليلها ومحاولة إيجاد حل لها وكما في الشكل (2) .



الشكل (2)

اذ في الشكل (2) يلاحظ أن I_{s2}, I_{s1} يمثلان الجزيرتين وأن R_{b1}, Rb2 يمثلان ضفتي النهر وبذلك تمثل العقد الأربعة أما b_1 ,..., b_7 فتمثل الجسور السبعة وهي تمثل الأقواس .

وبعد دراسة المشكلة توصل أويلر بعد ذلك إلى النظرية التي تقول:

يمكن حل المشكلة والمشي في أرجاء المدينة مع العبور على جميع الجسور ولكل جسر مرة واحدة فقط في حالتين:

1 - إذا كانت هناك عقدتان فقط تحملان درجة فردية two odd degree nodes.

2- إذا لم تكن هناك ولا عقدة من درجة فردية zero odd degree node بمعنى أن جميع العقد لديك من درجة زوجية.

عدا ذلك فإن المشكلة مستحيلة الحل ولا يمكنك المشي فـي أرجـاء المدينـة دون العبور على أحد الجسور أكثر من مرة . وبعد ذلك تركت هذه النظرية لفترة 200 عام حتى عام 1936 عندما وضع العالم K nig في عام 1936 أول كتاب تـرجم إلى اللغة الإنكليزية عام 1990 عنوانه :

Teubner ، " Théorie der endlichen und unendlichen Graphen") ، Leipzig ، 1936).

وهو باللغة الألمانية ويعني باللغة العربية (المخطط البياني اللانهائي والمحدود) . (Harju , Tero , 2007 , p1) وقد تخللت فترة ألمائتي سنة بعض المحاولات القليلة التي تدخل في مجال نظرية المخططات مثل إيجاد حل لمسألة الألوان الأربعة ضمن نظرية التلوين كما سيأتي شرحها لاحقاً. وبعد عام 1936 بدأت محاولات عديدة في الكتابة والبحث في هذه النظرية .

وحالياً تساهم نظرية المخططات في إيجاد حل لكثير من المسائل ومنها :

1- الدروب والدارات (Paths & cycles)

2- الأشجار (The Tree)

3- تلوين المخططات (Graph Coloring)

4- تحليل الشبكات **(** Net work Analysis **)** وتشمل :

أ- شبكات النقل

ب- شبكات الأعمال والمشاريع وتقييم برامج المشاريع ومراجعتها

ت - شبكات السيول والتدفق ألأعظمي (Network Flow)

ث- شبكات التخصيص (Assignment Network)

ج - شبكات أقل شجرة مولدة (Minimum Spanning Tree Network)

ح - شبكات اقصر مسار (Shortest Path Network)

كما أن هناك الكثير من المسائل التي تقوم نظرية المخططات بإيجاد حل لها مثل :

1 - مسائل التطابق الشجري في الكيمياء العضوية
2 - مسائل تحليل الشبكات الكهربائية
3 - مسائل تقليل حوادث التقاطعات في المعامل
4 - مسائل تنظيم الجداول الزمنية
5 - مسائل الألعاب والمباريات
6 - مسائل تحليل الشبكات .
7- مسألة التاجر المتنقل .
8- مسالة ساعي البريد الصيني .

2- طريقة التلوين (Coloring method):

هي واحدة من أساليب نظرية المخططات اذ أن الأشكال المخططة والتي تمثل مكونات المسائل التي يراد إيجاد حل لها يمكن إيجاد حلول لها عن طريق صبغ العقد أو الأقواس بعدد من الألوان فمثلاً (ما هو أقل عدد من الألوان التي يمكن استخدامها لتلوين خارطة الوطن العربي بحيث لا يوجد بلدان متجاوران لهما نفس اللون) مثل هذا السؤال قاد إلى إيجاد مسألة الألوان الأربعة (four colors problem) (Gibbons , Alan , 1985 , p 195) فإذا اعتبر أن كل دولة تمثل عقدة في المخطط وأن الأقواس تعبر عن الجوار بين الدول فكل عقدتين يوصل بينهما قوس يعني ذلك أن الدولتين متجاورتان وهكذا يبدأ الحل كما سيتم

شرحه في المبحث الثاني **الأشجار المولدة ذات القياس الكلي الأصغر وطريقة كروسكال (**Kruskal's method **) :**

إن القياس الكلي لشجرة T هو إيجاد مجموع قياسات أقواسها التي توصل بين جميع العقد وقد أوجد كروسكال طريقة مختصرة لإيجاد شجرة القياس الكلي الأصغر أي اصغر مجموع قياسات للأقواس التي توصل بين جميع العقد في المخطط . وتتلخص هذه الطريقة :

نبدأ بالقوس الذي له أقل قياس في المخطط مثلاً القوس e_1 ثم القوس الذي يأتيه بالقياس وهكذا إلى القوس e_{n-1} بشرط أن يتم في كل مرة اختيار قوس لم يسبق اختياره وله اقل قياس عن باقي الأقواس المتبقية غير المختارة. والشرط الآخر أن هذا القوس لا يشكل دارة مع بعض أو كل الأقواس المختارة سابقاً ، وبذلك يكون لدينا مخطط مكون من الأقواس $e_1 , e_2 , \dots , e_{n-1}$ يطلق عليه شجرة مولدة لـ G ذات اصغر قياس كلي .

الدراسة التطبيقية(استخدام أسلوب نظرية المخططات في تنظيم الجداول الزمنية):

أن تنظيم الجداول الزمنية يمكن معالجتها وفق نظرية المخططات باستخدام إحدى الطريقتين الأولى تلوين المخططات (Alavi Y. , & Others , 1985, p 583) والثانية باستخدام طريقة أقل شجرة مولدة (طريقة كروسكال) (Kruskal's method) **:**

1- الحل باستخدام طريقة التلوين :

إن تلوين المخطط سيشمل إما تلوين العقد أو تلوين الأقواس ويمكن أن نتعرف على أي نوع من التلوين سيستخدم في طريقة حله من خلال تحديد مكونات المسالة التي يراد إيجاد حل لها وتحويلها إلى شكل مخطط فمثلاً كما ورد سابقاً في البحث فإن مسألة إيجاد أقل عدد من الألوان يمكن تلوين خارطة بلدان الوطن العربي بحيث لا توجد دولتان متجاورتان لهما نفس اللون فإننا نستطيع افتراض أن الدول تمثل العقد في المخطط لذا فإن التلوين في هذه الحالة سيكون على العقد وليس الأقواس كون مشكلة البحث ألا توجد عقدتان متجاورتان لهما نفس اللون أما في مسألة الجداول الزمنية فإن الصفوف والتدريسيين يمثلون

العقد في المخطط بينما تمثل الفترات الزمنية بالأقواس لذلك فإن التلوين في هذه الحالة سيكون على الأقواس لأن المشكلة هي إيجاد أقل عدد من الفترات الزمنية موزعة على أيام الأسبوع وبما أن الأقواس تمثل الفترات الزمنية فإن إيجاد أقل عدد من الفترات هو إيجاد أقل عدد من الألوان بحيث لا يوجد قوسان يقعان على نفس العقدة لهما نفس اللون لكي تكون هذه الفترات محققة للشروط الاتية:

1- أن كل صف يحاضر فيه كل تدريسي مرة واحدة في اليوم .

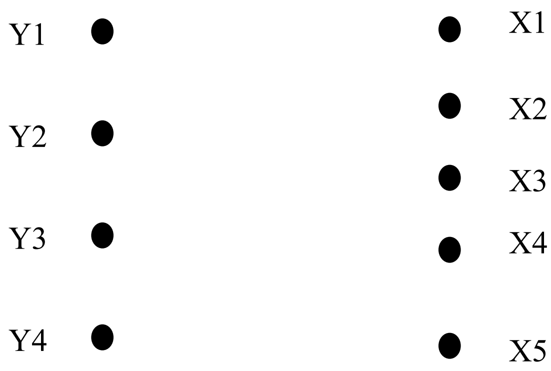
2- أن كل تدريسي لا يحاضر في نفس الصف سوى مرة واحدة في اليوم .

3- ألا يحدث تقاطع بين مواعيد محاضرات التدريسيين لنفس الصف.

وبطبيعة الحال فإن هناك خوارزميات خاصة بكل نوع من أنواع التلوين وكل من حالاتها وفي حالة تنظيم جدول المحاضرات قيد البحث فإن الخوارزمية التي تطبق عليه المبرهنة التي تقول { إذا كان المخطط G مخططاً بسيطاً خالياً من الدارات فإن الرقم التلويني هو $x'(G) = k$ } حيث أن (الرقم التلويني : هو أقل عدد من الألوان التي يحتاجها المخطط لأقواسه بحيث لا يوجد قوسان يقعان على نفس العقدة لهما نفس اللون) (Harju , Tero , 2007 , p 43) و (Golumbic , Martin Charles , 1980 , p 203). (والدارات : وهي مخطط جزئي تكون فيه كل عقدة من الدرجة الثانية ، ويقال لدرب P من v_0 , v_n انه دارة إذا كان $v_0 = v_n$ ويقال إنها دارة بسيطة إذا كانت عقدها كافة مختلفة ، أي كانت بالصيغة الاتية ($v_0, e_1 , v_1 , e_2 , \ldots , e_n , v_n$) اذ ان العقد $v_0 , v_1 , \ldots , v_{n-1}$ كلها مختلفة .(Maxwell , Reed , 1971. , p59) .

وبما أن المخططات توضع على أساس مكونات المشكلة قيد البحث فإن المخطط الذي يمكن تشكيله من مكونات الجداول الزمنية هو من النوع المخطط المضاعف ثنائي التجزئة (bipartite multigraph) (Jensen , B.J. & Gutin , 2008, p 654) ، ولنفرض أن لدينا مخطط بسيط ثنائي التجزئة وليكن G و هذا المخطط فيه مجموعتان من العقد متقابلتان المجموعة الأولى $x_1 , x_2 , \ldots , x_n$ = (X) وتمثل التدريسيين الذين يقومون بإلقاء المحاضرات والمجموعة الأخرى

وهي ($Y = y_1, y_2 , \dots , y_m$) وتمثل الصفوف التي بحاجة إلى محاضـرات وكمثال نفرض أنه لدينا خمسة تدريسيين و أربعة صفوف ويجـب أن يـستكمل شرط مصفوفة التدريس في إعطاء المنهج المقـرر (Bondy , J. A. , Murty , U.S.R. , 1982,p96) . وكما في الشكل(3)



الشكل (3)

ومن متطلبات المنهج أن لكل مادة عددا من الوحدات تمثل بتكرار إعطاء المحاضر لنفس الصف من قبل نفس المدرس يمكن أن توضع مصفوفة التدريس وهي شـرط استكمال المنهج المقرر للدراسة . ومن المثال السابق سيتم الحل وفـق الخطـوات الاتية:

الخطوة الأولى :

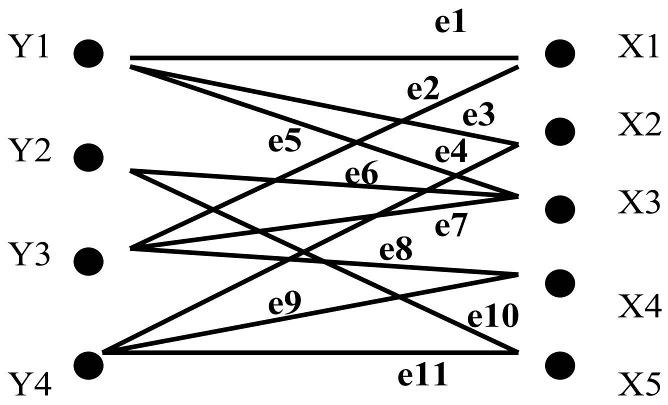
إيجاد مصفوفة شرط التدريس الاتية (أرقام المصفوفة أرقام افتراضية) :

p	y1	y2	y3	y4
X1	1	0	1	1
X2	1	0	0	1
X3	1	1	1	0
X4	0	0	1	1
X5	0	1	0	1

الجدول (1)

الخطوة الثانية :

إيجاد أقل عدد من الفترات التي يحتاجها الجدول لتوزيع التدريسيين على الصفوف وبما يحقق الشروط ولذلك يتم أولاً بناء المجموعة الثنائية الاتية



الشكل (4)

ويرمز لكل قوس بالرمز e ولذلك تكون في المثال $e_i = e_1 , e_2 , \dots , e_{11}$ هي مجموعة الأقواس .

الخطوة الثالثة : بناء مصفوفة الجـوار (adjacency matrix) المتكونـة مـن تجاور الأقواس مع بعضها في العقد نفسها (أو مصفوفة الإسقاط أي سقوط الأقواس على نفس العقد) (Wilson , Robin J. ,1972,p13) .

وباستخدام خوارزمية التلوين اذ فرضنا مجموعتي x و y هي العقد نحصل علـى المصفوفة الاتية :

	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11
e1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
e2	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
e3	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
e4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
e5	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
e6	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
e7	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
e8	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
e9	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
e10	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
e11	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0

الجدول (2) يمثل مصفوفة الجوار

ويتم حساب عناصرها وفق خوارزمية التلوين الاتية :

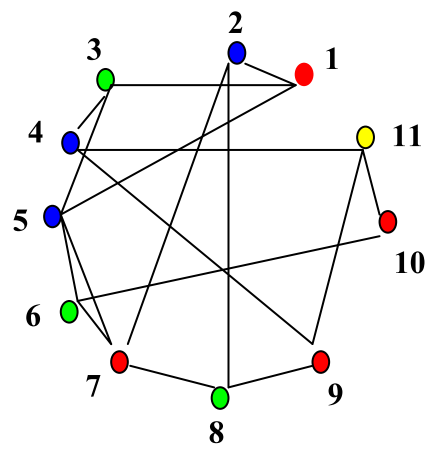
$$.e_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{إذا كانت الحافتان تقعان على نفس العقد} \\ 0 & \text{إذا كانتا بخلاف ذلك} \end{cases}$$

الخطوة الرابعة:

لأجل الوصول إلى اقل عدد من الألوان التي يراجد أن تصبغ بها العقـد بحيـث تحقق الشرط بعدم وجود عقدتين متجاورتين لهما نفس اللون يجب تطبيق مبرهنـة الألوان الأربعة والتي تطبق في حالة وجود عقد يزيد عددها علـى أربـع وهـذه المبرهنة تقول (عندما يكون المخطط G مغموراً في السطح S وبافتراض أن G له أكثر من أربع عقد منفردة وإذا كان G يحقق بما فيه الكفاية شـرط المـستوي فإن G قابل للتلوين لأربعة ألوان) (Bondy , J.A. & Murty,U.S.R,1979 p370.) وبما أنه لدينا احد عشر قوساً تمثل الفترات الزمنية فعلينا افتراض كـل قوس يمثل عقدة فيكون هناك 11 عقدة وعندها يمكن تطبيق نظرية الألوان الأربعة فيكون الحد الأدنى من الألوان هو أربعة ألوان بحيـث لا تكـون هنـاك عقـدتان متجاورتان لهما نفس اللون .

(ملاحظة : التجاور هنا لا يعني تجاور العقد في شكل المخطط المرسـوم ولكـن التجاور يعني وقوع العقدتين على طرفي نفس القوس وبـذلك يكـون التجـاور أن يوصل قوس ما بين أي عقدتين فتكونان بذلك متجاورتين)

وتكون ألوان العقد في الشكل (5) كما ياتي



الشكل (5)

اللون الأحمر (1، 7 ، 9 ، 10) اللون الأزرق (2 ، 4 ، 5) اللـون الأصـفر (11) اللون الأخضر (3 ، 6 ، 8) .

وبذلك تمكنا من إيجاد أقل عدد من العقد والتي تمثل الأقواس التي افترضناها والتي تمثل الفترات الزمنية اللازمة لتغطية شرط التدريس ،

ملاحظة :(أي أننا قمنا بعملية الاستبدال هذه بافتراضنا أن الأقواس تمثل العقد لكي نستطيع تطبيق مسألة الألوان الأربعة بالحصول على أقل عدد من الألـوان وهـو أربعة ألوان لمجموعة العقد التي تلبي الشرط وهو عدم وجود عقدتين متجـاورتين لهما نفس اللون) .

بعد ذلك يتم إيجاد المخطط الذي يمثل الجدول الزمني المطلوب . إذن عدد الفترات اليومية التي يحتاجها الجدول لتوزيع التدريسيين على الصفوف وبما يحقق الشروط هو أربع فترات .

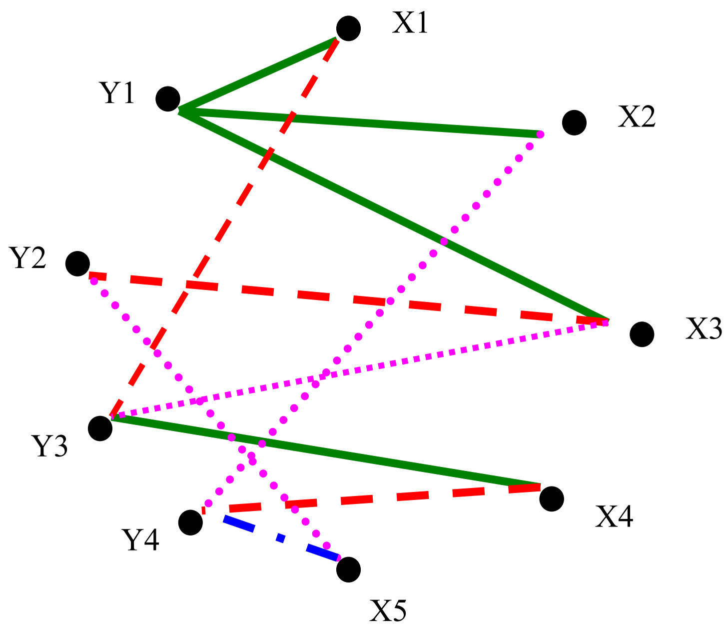
الخطوة الخامسة :

نعود من جديد إلى افتراضاتنا الأولية لمكونـات المـسألة وهـي أن التدريـسيين والصفوف يمثلون العقد وأن الأقواس تمثل المحاضرات في الفترات ونقوم برسـم مخطط بحيث لا يتجاور قوسان في نفس العقدة وحسب الفترات الزمنية التـي قـد اتخذت كل فترة فيها لوناً معيناً لأقواسها ويكون الحل كالاتي :

(بافتراض أن الفترة الأولى أقواسها مستقيمة ذات لـون أخـضر والفتـرة الثانيـة أقواسها مستقيمة مقطعة قطعا كبيرة ذات لون أحمر والفترة الثالثة أقواسها مستقيمة منقطة ذات لون زهري والفترة الرابعة أقواسها مستقيمة متقطعة منقوطة ذات لون ازرق).

حسب مصفوف شرط التدريس الجدول (1) فإن المخطط الذي يوزع التدريـسيين على الصفوف حسب الفترات يكون هو الاتي :

اذ يستنفذ عدد التدريسيين في الفترة الأولى بمحاضرة لكل واحد حتى تستنفذ سـعة الفترة وهي هنا أربع محاضرات ثم الانتقال إلى الفترة الثانية وبنفس الطريقة



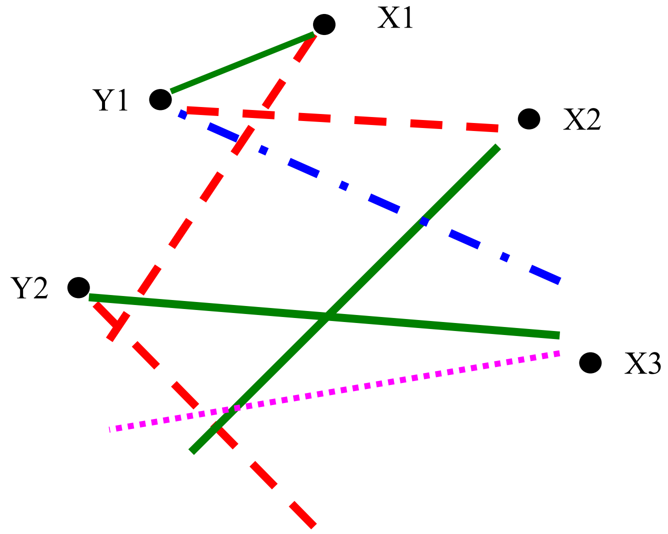
الشكل (6)

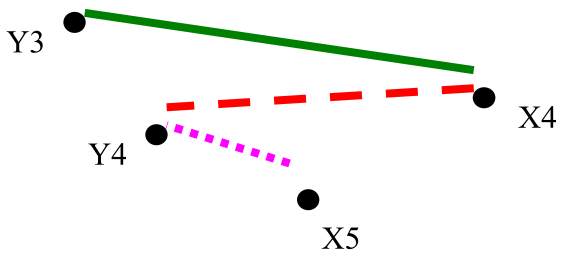
وهكذا حتى تكتمل جميع المحاضرات الواجب إعطاؤهـا وفـق مـصفوفة شـرط التسجيل وعليه فإن الحل الأولي لجدول الفترات الزمنية يكون كما ياتي:

	1	2	3	4
X1	Y1	Y3	-	-
X2	Y1	-	Y4	-
X3	Y1	Y2	Y3	-
X4	Y3	Y4	-	-
X5	-	-	Y2	Y4

الجدول (3)

هكذا يكون الجدول وفق المخطط أعلاه وبما أن المطلوب هو عدم وجود تكـرار للمدرس في أكثر من صف في نفس الفترة أو عدم تكرار الصف لأكثر من مدرس في نفس الفترة .فإن المخطط أعلاه لا يلبي الشروط وذلك لتكرار المدرسين لـنفس الصف في نفس الفترة وعليه يجب القيام بتحسين هذا الحل وذلك بالقيام بعمل تباديل للمخطط وذلك كما ياتي :





الشكل (7)

اذ يتم إجراء هذه التباديل بناء على أساس تحقيق الشروط التي وضعت للمسألة وهذا ما توفره نظرية الألوان ونظرية المخططات من مرونة للباحث بحيث يمكننا أن نجري الكثير من التغييرات على المخطط وبما يحقق شروط المسألة المدروسة . (Bondy , J. A. , Murty , U.S.R. , 1982,p97) وأما آلية إجراء هذه التباديل فهو إن توزيع المحاضرات على التدريسيين للفترات كان بمعدل محاضرة واحدة لكل تدريسي وحسب التسلسل حتى يتم استنفاذ عدد المحاضرات لكل فترة ثم الانتقال إلى الفترة التي تليها وإكمال توزيع باقي المحاضرات على التدريسيين كما قمنا به سابقا في مثالنا ، وبذلك يكون كل تدريسي يشارك مرة واحدة في كل فترة ولكن التكرارات تحصل لدينا في الحل الأولي للجدول في الصفوف لذلك كان لابد من إجراء التبديلات على أساس تبديل مواقع الصفوف في الجدول بين المدرسين والفترات بما يحقق شرط عدم تكرار الصف ضمن الفترة الواحدة .

وهذا هو الجدول الناتج الذي يوزع التدريسيين على الصفوف حسب الفترات المحددة وطبقاً لشروط المسألة ونلاحظ أيضاً أنه يطابق مصفوفة شرط التدريس .

	1	2	3	4
X1	Y1	Y3	-	-
X2	Y4	Y1	-	-
X3	Y2	-	Y3	Y1
X4	Y3	Y4	-	-
X5	-	Y2	Y4	-

الجدول (4)

2- الحل باستخدام طريقة أقل شجرة موادة (طريقة كروسكال):

لغرض حل مثالنا السابق بهذه الطريقة (طريقة كروسكال) سيتم القيـام بـبعض التعديلات على هذه الطريقة علماً بأن الخطوات الثلاثـة الأولـى مـشتركة فـي الطريقتين وسنبدأ بالخطوة الرابعة وكما ياتي :

الخطوة الرابعة :

نفرض الأقواس في هذه المسألة هي المحاضرات في الفترات الزمنية والتـي تـم تحديدها في مثالنا بأربع فترات والعقد هي التدريسيون والصفوف لذا سيكون قياس جميع الأقواس متساويا فيمكن البدء من أي قوس وسنبدأ بالقوس Y_1 وهكذا .حيـث أن كل فترة لا تتجاوز أربع محاضرات كما مر بنا في المثـال سـابقاً . وتحقيـق شروط المسألة وهي عدم تكرار أية محاضرتين من نفس الفترة في أحد العقد والذي يمثل عدم تكرار التدريسي لأكثر من صف في نفس الفترة أو عدم تكـرر صـف لأكثر من تدريسي في نفس الفترة وعدم وجود تقاطع بين التدريسيين والصفوف في نفس الفترة .

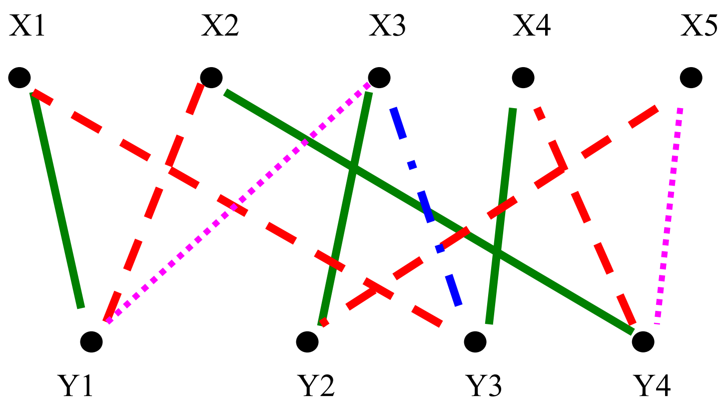
الخطوة الخامسة :

تحقيق شروط طريقة كروسكال الاتية

1- نختار قوسا لم يتم اختياره سابقاً في تلك الفترة حتى تنتهي جميع الأقـواس .وهو نفس شرط عدم تكرار صف او تدريسي في نفس الفترة .
2- نختار اصغر قوس من الأقواس الباقية (في مثالنا جميع الأقواس متساوية) وبذلك ليس هناك فرق .
3- لا يشكل هذا القوس دارة مع بعض الأقواس التي تم اختيارها.

الخطوة السادسة :

في حالة الانتهاء من اختيار جميع الأقواس وانتهاء الفترة الجديدة البدء من جديـد في الفترة التي تليها ونختار الأقواس وبنفس الآلية وهكذا . حتـى تنتهـي جميـع الفترات . وبذلك يكون لدينا مخطط جزئي T المكون من الأقواس $Y_1 , Y_2 , \ldots, Y_{n-1}$ هو شجرة مولدة متفرعة ذات أقل قياس كلي . وكما ياتي :



الشكل (8)

والجدول الناتج من هذه الشجرة هو الاتي :

	1	2	3	4
X1	Y1	Y3	-	-
X2	Y4	Y1	-	
X3	Y2	-	Y1	Y3
X4	Y3	Y4	-	-
X5	-	Y2	Y4	-

الجدول (5) وهذا الجدول يحقق جميع شروط المسألة ولا يحتاج إلى تباديل .

إضافة مطالب أخرى لجدول المحاضرات :

قد تكون هناك مشاكل أخرى تستوجب مراعاتها أثناء وضع الجدول مثـل وجـود عدد محدود من القاعات لا تكفي لإلقاء المحاضرات فـي نفـس الوقـت لجميـع الصفوف مثال ذلك لو تم افتراض أن عدد القاعات في المثال السابق هـي ثـلاث

قاعات فقط فسوف نجد أن هناك مشكلة في الفترة الأولى والفترة الثانية لذلك يجب أن نقوم ببعض التعديلات على أحد الحلول ونختار جدول طريقة التلوين وكما ياتي:

1- وفق نظرية الألوان يكون عدد القاعات المطلوبة ناتجا من حاصل قسمة عدد المحاضرات على عدد الفترات أي :

Rooms = L / p

وبما إن $L = \varepsilon$ وإن ε هي عدد المحاضرات و التي تساوي عدد الأقواس

إذن يكون الحل في المثال السابق هو

Rooms = ε / p

وبما أن عدد المحاضرات هو 12 Rooms = 12 / 4 = 3

إذن تكون عدد القاعات هي 3 كحد أدنى لتطبيق الجدول حيث يكون الجدول في هذه الحالة كما ياتي :

	1	2	3	4
X1	Y1	Y3	-	-
X2	Y4	Y1	-	-
X3	Y2	-	Y3	Y1
X4	-	Y4	-	Y3
X5	-	-	Y4	Y2

اذ يتم إجراء تبديلات بين الفترات وبذلك يكون في كل فترة ثلاث محاضرات كحد أقصى .

النتائج والتوصيات :

1- إن استخدام طريقة نظرية المخططات توفر للأدارة اداة واضحة لرؤية مكونات المخطط والتي تتكون مما يتوافر من ملاك تدريسي وقاعات وكذلك الفترة الزمنية المتاحة وماهو عدد الصفوف المطلوب اعطاء المنهج لها .

2- توفر طريقة نظرية المخططات الوسائل البسيطة لأيجاد الحلول المثلى فـي وضع الجداول الزمنية ووفق الشروط المطلوبة .

3- تقوم هذه الطريقة بتسهيل المشاكل المعقدة وأيجاد التباديل الضرورية عنـد الحاجة لأنها توفر مخططا عاما للمشكلة.

4- يسهل للأدارة رصد أية حالة طارئة قد تطرأ على الجدول وأتخاذ التدابير اللازمة بسهولة وإيجاد حل لها .

5- يلاحظ أن طريقة كروسكال أكثر وضوحاً واسهل استخداماً مـن طريقـة التلوين و لا يحتاج حلها غالباً الى التعديلات عن طريق التباديل .

المصادر :

1. Alavi Y. , & Others , 1985, Graph Theory with Applications to Algorithms and Computer Science , John Willey & Sons , Inc, Canada .

2. Bondy , J. A. & Murty , U.S.R. , 1982 , Graph Theory with applications , Elsevier Scince Publishing Co.,Inc., Fifth Printing , Canada.

3. Bondy , J.A. & Murty,U.S.R,1979, Graph Theory & related topics proceedings of the conference, New York , Academic press.

4. Diestel , Reinhard , 2005, Graph Theory , Electronic Edition. www.math.uni.hamburg.de/home/distel/books/graph.theory/ .

5. Gibbons , Alan , 1985 , Algorithmic Graph Theory , Cambridge University Press .

6. Golumbic , Martin Charles , 1980 , Algorithmic Graph Theory And Perfect Graphs , Academic Press Inc., London

7. Harju , Tero , 2007, Graph Theory , University of Turku . www.users.utu.fi/harju/allpubls.pdf

8. Jensen , B.J. & Gutin , 2008, Gregory , Digraphs Theory , Algorithms and Applications .

9. Maxwell , Lee M. & Reed , Myril B. , The Theory of Graphs A Basis for Network Theory , Pergamon Press Inc. U.S.A.,1971 .

10. Wilson , Robin J. ,1972 , Introduction to Graph Theory , Bell & Bain Ltd. , Glasgow .